

15 Examentraining

15.1 Algemene vaardigheden

Bladzijde 138

- 1 a** Per uur $\frac{60}{8}$ keer, dus per jaar $\frac{60}{8} \cdot 24 \cdot 365 = 65\,700$ keer.
- b** Investing $280\,000 + 35\,000 = 315\,000$ euro.
 Netto inkomsten per jaar $12 \cdot 2350 - 4000 = 24\,200$ euro.
 $\frac{315\,000}{24\,200} = 13,0\dots$ en $2021 + 13 = 2034$, dus in jaar 2034 is zijn investering terugverdiend.
- c** In 16 jaar 14 dagen eerder, dus in 1 jaar $\frac{14}{16} = \frac{7}{8}$ dagen eerder.
 In 2025 dus $15 \cdot \frac{7}{8} \approx 13$ dagen eerder dan 4 september.
 Dat is op 22 augustus.
- d** $a = \frac{\Delta D}{\Delta t} = \frac{4 - 18}{16} = -\frac{7}{8}$

$$\left. \begin{array}{l} D = -\frac{7}{8}t + b \\ t = 4 \text{ en } D = 18 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{7}{8} \cdot 4 + b = 18 \\ -3\frac{1}{2} + b = 18 \\ b = 21\frac{1}{2} \end{array}$$
- e** $P_A = at + 25$ met $a = \frac{17 - 25}{5 - 0} = -1,6$, dus $P_A = -1,6t + 25$.
 $P_B = at + b$ met $a = \frac{11 - 17}{7 - 2} = -1,2$

$$\left. \begin{array}{l} P_B = -1,2t + b \\ t = 2 \text{ en } P_B = 17 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -1,2 \cdot 2 + b = 17 \\ -2,4 + b = 17 \\ b = 19,4 \end{array}$$

 Dus $P_B = -1,2t + 19,4$.
 Los op $-1,6t + 25 = -1,2t + 19,4$
 $-0,4t = -5,6$
 $t = 14$
- f** Los op $2P_B = P_C$, dus $2(-1,2t + 19,4) = 0,85t + 12$
 $-2,4t + 38,8 = 0,85t + 12$
 $-3,25t = -26,8$
 $t \approx 8,2$
- g** $A = 40,5 - \frac{11,6}{15,1}t$ en $B = 4,3t + 23,4$

$$P = A \cdot B = (40,5 - \frac{11,6}{15,1}t)(4,3t + 23,4)$$

 $P = 174,15t + 947,7 - 3,30\dots t^2 - 17,97\dots t$
 $P \approx -3,3t^2 + 156,2t + 947,7$
 Dus $a = -3,3$, $b = 156,2$ en $c = 947,7$.
- h** $p = 4,2 \cdot 10^8$, en $q = 525\,000$ invullen in $A = \frac{p}{qB}$ geeft $A = \frac{4,2 \cdot 10^8}{525\,000B} = \frac{800}{B}$.
 $A = \frac{800}{B}$ geeft $B = \frac{800}{A}$

Bladzijde 139

- i** $V = F - G = -15,6t^2 + 306t + 28\,400 - (-9,8t^2 + 185t + 15\,600)$
 $= -15,6t^2 + 306t + 28\,400 + 9,8t^2 - 185t - 15\,600$
 $= -5,8t^2 + 121t + 12\,800$
 Voer in $y_1 = -5,8x^2 + 121x + 12\,800$.
 De optie maximum geeft $x \approx 10,43$ en $y \approx 13\,431,08$.
 Het maximum van V is 13 431.

- j $P = K \cdot L = (0,15t + 4,33)(-0,047t + 12,54)$
 Voer in $y_1 = (0,15x + 4,33)(-0,047x + 12,54)$ en $y_2 = 100$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 31,4$ dus voor $t = 31,4$ is $P = 100$.

Bladzijde 143

- 2 15% van € 6299 is € 944,85.
 De subsidie is dan € 650, dus de aanschafprijs is $6299 - 650 = 5649$ euro.
 De jaarlijkse opbrengst in euro's is $2500 \cdot 0,225 = 562,50$.
 De terugverdientijd is $\frac{5649}{562,50} \approx 10,04$ jaar, dus in 2023 is het volledige aankoopbedrag terugverdiend.

- 3 a 125 slagen per minuut is $125 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 = 65\,700\,000$ slagen per jaar.
 De gemiddelde levensduur is $\frac{10^9}{6,57 \cdot 10^7} \approx 15$ jaar.
 b Er geldt $L = \frac{10^9}{H \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365} \approx \frac{1900}{H}$.
 Uit $L = \frac{1900}{H}$ volgt $H = \frac{1900}{L}$.

Bladzijde 144

- 4 a $k_z = at + 18$ met $a = \frac{\Delta k_z}{\Delta t} = \frac{8 - 18}{21 - 9} = -\frac{5}{6}$
 Dus $k_z = -\frac{5}{6}t + 18$.
 Los op $-0,31t + 10 = -\frac{5}{6}t + 18$
 $0,52... t = 8$
 $t \approx 15,3$
 Dus in het jaar $2009 + 15 = 2024$.

Bladzijde 145

- b Los op $k_m = 2 \cdot k_l$
 $0,28t + 4,3 = 2(-0,31t + 10)$
 $0,28t + 4,3 = -0,62t + 20$
 $0,9t = 15,7$
 $t \approx 17,4$
 Dus in het jaar $2009 + 17 = 2026$.
 c $TK = TE \cdot g_m = (23,4 - \frac{23,4}{41} \cdot j) \cdot (2,8j + 44,4)$
 $= 65,52j + 1038,96 - 1,598...j^2 - 25,340...j$
 $\approx 1,6j^2 + 40,2j + 1039,0$
 Dus $a = 1,6$, $b = 40,2$ en $c = 1039,0$.

Bladzijde 146

- 5 a Aflezen (2005, 30 000) en (2012, 27 000).
 In 7 jaar 3000 minder, dus in 1 jaar $\frac{3000}{7}$ minder.
 2020 is 8 jaar na 2012, dus in 2020 is het aantal $27\,000 - 8 \cdot \frac{3000}{7} \approx 24\,000$.

Bladzijde 147

- b In het voorjaar neemt het gewicht in 20 dagen ongeveer 46 gram toe, dat is gemiddeld 2,3 gram per dag.
 In het najaar neemt het gewicht gemiddeld 0,6 gram per dag toe (zie de tekst bij de lijn).
 Dus de gemiddelde toename in het voorjaar is $\frac{2,3}{0,6} \approx 3,8$ keer zo groot als in het najaar. Dus stelling I is niet waar.
 Uit de onderste figuur blijkt dat er in het voorjaar geen toename is van de hoeveelheid vet. Dus stelling II is waar.

- c Het lichaamsgewicht G in gram in het voorjaar is $G = at + 198$ met

$$a = \frac{\Delta G}{\Delta t} = \frac{244 - 198}{20} = 2,3.$$

$$\text{Dus } G = 2,3t + 198$$

De hoeveelheid vet in het voorjaar is steeds 16 gram, dus het vetpercentage is

$$P_{\text{voorjaar}} = \frac{16}{2,3t + 198} \times 100\% = \frac{1600}{2,3t + 198}.$$

Bladzijde 148

- 6 a Er gaan $\frac{35,5}{2,78} = 12,769...$ miljoen personen op vakantie.

$$\text{De CVO-populatie is } \frac{12,769...}{0,807} = 15,8237... \text{ miljoen.}$$

Afgerond op duizendtallen is dit 15 824 000.

Bladzijde 149

- b In 11 jaar $14\,400 - 11\,100 = 3\,300$ meer.

$$\text{Dus in 1 jaar } \frac{3\,300}{11} = 300 \text{ meer.}$$

$$\text{In 1985 is het } 11\,100 - 5 \cdot 300 = 9\,600.$$

Dus in 1985 waren er 9 600 000 buitenlandse vakanties.

- c Het totaal aantal vakanties is in 2002 en 2016 gelijk.

Het aantal buitenlandse vakanties is in 2016 groter dan in 2002.

Het percentage buitenlandse vakanties is dus toegenomen.

- d Het aantal binnenlandse vakanties is $BV = T - B$.

$$BV = T - B = -20,3t^2 + 951t + 24\,800 - (-10,1t^2 + 587t + 10\,200) = -10,2t^2 + 364t + 14\,600$$

$$\text{Voer in } y_1 = -10,2x^2 + 364x + 14\,600.$$

De optie maximum geeft $x = 17,84...$ en $y \approx 17\,847$.

Dus in het jaar $1990 + 18 = 2008$.

Bladzijde 150

- e Het aantal dagen per jaar dat een Nederlander gemiddeld op vakantie gaat is $D = A \cdot L$.

$$D = A \cdot L = (0,0136t + 2,43)(-0,024t + 9,3)$$

$$\text{Los op } D = 25.$$

$$\text{Voer in } y_1 = (0,0136x + 2,43)(-0,024x + 9,3) \text{ en } y_2 = 25.$$

De optie snijpunt geeft $x = 44,8...$

Dus vanaf het jaar $1990 + 40 = 2035$.

- 7 1 De toename van de gasproductie is $\frac{47 - 22}{22} \times 100\% \approx 114\%$.

$$\text{De toename van het aantal aardbevingen is } \frac{31 - 3}{3} \times 100\% \approx 933\%.$$

Dus bewering 1 is niet waar.

- 2 In 2003 daalde gasproductie, maar in 2004 steeg het aantal aardbevingen.

Dus bewering 2 is niet waar.

- 3 In de periode 2005-2011 is de gemiddelde toename $\frac{31 - 17}{6} \approx 2,3$ per jaar.

$$\text{In de periode 1998-2004 is de gemiddelde toename } \frac{11 - 6}{6} \approx 0,8 \text{ per jaar.}$$

Dus bewering 3 is waar.

Bladzijde 151

- 8** De afwijkingen bij de leeftijden 1 jaar, 3 jaar en 13 jaar komen in aanmerking.

De afwijkingen zijn:

$$\text{bij 1 jaar } \frac{0,26}{76} \times 100\% \approx 0,342\%$$

$$\text{bij 3 jaar } \frac{0,22}{97} \times 100\% \approx 0,227\%$$

$$\text{bij 13 jaar } \frac{0,42}{162} \times 100\% \approx 0,259\%.$$

De relatieve afwijking is het grootst bij een leeftijd van 1 jaar.

15.2 Combinatoriek en rijen**Bladzijde 152**

- 9 a** De rechthoekjes kunnen verticaal OF horizontaal worden geplaatst.
Met twee vierkantjes kun je kiezen uit 6 kolommen en 3 rijen OF 4 rijen en 5 kolommen.

$$\text{aantal} = 6 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 38.$$

Met drie vierkantjes kun je kiezen uit 6 kolommen en 2 rijen OF 4 rijen en 4 kolommen.

$$\text{aantal} = 6 \cdot 2 + 4 \cdot 4 = 28.$$

$$\text{Totaal aantal manieren is } 38 + 28 = 66.$$

b $\text{aantal} = \binom{12}{4} \cdot \binom{10}{3} = 7920$

c $\text{aantal} = 4! \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 7920$

d $\text{aantal} = \binom{20}{5} \cdot \binom{15}{5} \cdot \binom{10}{5} \cdot \binom{5}{5} \approx 1,17 \cdot 10^{10}$

Alternatieve uitwerking

$$\text{aantal} = \frac{20!}{(5!)^4} \approx 1,17 \cdot 10^{10}$$

e $\text{aantal} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 7741440$

f Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.

De tabel geeft $u_{18} \approx 10,015$ en $u_{18} \approx 9,389$.

Vanaf $n = 19$ geldt $k_n < 10$.

g $u_1 = \frac{a \cdot (-1)^0}{b \cdot 1} = \frac{a}{b}$, dus $a = 5$ en $b = 2$.

$$S_n = S_{n-1} + \frac{5 \cdot (-1)^{n-1}}{2n} \text{ met } S_1 = \frac{5}{2}$$

Voer de rij en de somrij in op het rijen-invoerscherm.

De tabel geeft $S_{50} \approx 1,7081$.

h $P(n) = (3n + 4)^2 = 9n^2 + 24n + 16$

$$P(n+1) = (3(n+1) + 4)^2 = (3n+7)^2 = 9n^2 + 42n + 49$$

$$P(n+1) - P(n) = 9n^2 + 42n + 49 - (9n^2 + 24n + 16)$$

$$= 9n^2 + 42n + 49 - 9n^2 - 24n - 16$$

$$= 18n + 33$$

Dus $P(n+1) = P(n) + 18n + 33$ met $P(0) = 16$ en dus $a = 18$ en $b = 33$.

Bladzijde 153

i $a^9 = \frac{1}{20}$, dus $a = \left(\frac{1}{20}\right)^{\frac{1}{9}} \approx 0,71687$

$$b = \frac{20-1}{10-1} = \frac{19}{9}$$

$$\text{Dus } l_n = 20 \cdot 0,71687^{n-1} \text{ en } L_n = 20 - \frac{19}{9}(n-1).$$

Voer in $y_1 = 20 - \frac{19}{9}(x-1) - 20 \cdot 0,71687^{x-1}$.

Tabel geeft bij $x = 3$ geldt $y = 5,4997\dots$, bij $x = 4$ geldt $y = 6,2986\dots$ en bij $x = 5$

geldt $y = 6,2736\dots$

Dus bij het 4^e vierkant is het verschil maximaal en dat verschil is ongeveer 6,30.

Bladzijde 158

10 a aantal = $\binom{14}{2} \cdot \binom{12}{5} = 72\,072$

b aantal = $5! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 7200$

11 a aantal = $10 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 = 17\,576\,000 \approx 17\,600\,000$

b aantal = $99 \cdot 12 \cdot 18 \cdot 18 \cdot 10 - 99 \cdot 82 \cdot 10 = 3\,849\,120 - 81\,180 = 3\,767\,940$

Dat is $\frac{3\,767\,940}{17\,576\,000} \times 100\% \approx 21,4\%$, dus de verslaggever heeft geen gelijk.

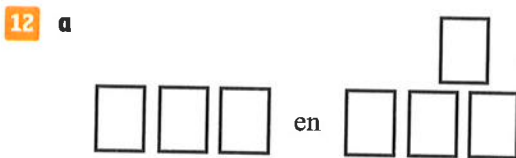
Bladzijde 159

c In mei 2013 zijn er 30 000 nieuwe auto's verkocht.

Volgens het model is $A_2 = -375 \cdot 2 + 37\,250 = 36\,500$.

Het verschil is 6500, dat is $\frac{6500}{30\,000} \times 100\% \approx 22\%$.

d De recursieve formule is $A_n = A_{n-1} - 375$ met $A_0 = 37\,250$.

Bladzijde 160**Bladzijde 161**

b Steeds 4 blikken op onderste laag.

2 ^e laag	3 ^e laag	4 ^e laag	aantal mogelijkheden
0	0	0	1
1	0	0	3
2	0	0	3
2	1	0	2
3	0	0	1
3	1	0	2
3	2	0	1
3	2	1	1
		totaal	<u>14</u> +

c $C_5 = C_0 \cdot C_4 + C_1 \cdot C_3 + C_2 \cdot C_2 + C_3 \cdot C_1 + C_4 \cdot C_0$

$C_5 = 1 \cdot 14 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + 14 \cdot 1$

$C_5 = 14 + 5 + 4 + 5 + 14 = 42$

13 Het aantal mogelijkheden om de kaarten onder de vier spelers te verdelen is

$\binom{16}{4} \cdot \binom{12}{4} \cdot \binom{8}{4} = 63\,063\,000$.

Dus $\frac{2,1 \cdot 10^{13}}{63\,063\,000} \approx 330\,000$ keer zo groot.

Bladzijde 162

14 a 1 vierkant van 1 bij 1, 1 vierkant van 3 bij 3 en 4 vierkanten van 2 bij 2, dus totaal $1 + 1 + 4 = 6$ vierkanten.

4 rechthoeken van 2 bij 1

2 rechthoeken van 3 bij 1

4 rechthoeken van 3 bij 2

Totaal $6 + 4 + 2 + 4 = 16$ verschillende vormen.

- b Er zijn $\frac{625 - 49}{4} = 144$ vormen per driehoekig deel.

De oppervlakte is $144 \cdot (9 + 3 + 3 + 1) = 2304 \text{ cm}^2$.

De 4 delen met elk 12 vormen hebben een oppervlakte van $12 \cdot (6 + 6 + 2 + 2) = 192 \text{ cm}^2$.

De totale oppervlakte is $2304 + 192 + 4 = 2500 \text{ cm}^2$.

Bladzijde 163

c aantal = $\frac{24!}{(4!)^4 \cdot (2!)^4} \approx 1,1688 \cdot 10^{17}$

d $O(n) = 1 \cdot 4 + n \cdot (2 + 2 + 6 + 6) + \frac{1}{2}n \cdot (1 + 2n - 1) \cdot (1 + 3 + 3 + 9)$
 $= 4 + n \cdot 16 + \frac{1}{2}n \cdot 2n \cdot 16$
 $= 4 + 16n + 16n^2$
 $= 16n^2 + 16n + 4$

e $O(n) = (4n + 2)^2$ geeft $O(n + 1) = (4(n + 1) + 2)^2 = (4n + 4 + 2)^2 = (4n + 6)^2 = 16n^2 + 48n + 36$
Dus $O(n + 1) - O(n) = 16n^2 + 48n + 36 - (16n^2 + 16n + 4)$
 $= 16n^2 + 48n + 36 - 16n^2 - 16n - 4$
 $= 32n + 32$

Dus $O(n + 1) = O(n) + 32n + 32$ met $O(0) = 4$ en dus $a = 32$ en $b = 32$.

Bladzijde 164

15 a aantal = $\binom{9}{3} \cdot \binom{6}{3} = 1680$

Alternatieve uitwerking

aantal = $\frac{9!}{3! \cdot 3! \cdot 3!} = \frac{9!}{6^3} = 1680$

b $r^9 = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ geeft $r = (\frac{1}{5})^{\frac{1}{9}} \approx 0,836$

c $u_n = u_0 + v \cdot n = 20 + v \cdot n$, want $u_0 = 20$
 $u_9 = 4$ geeft $20 + 9v = 4$
 $9v = -16$
 $v \approx -1,78$

- d De directe formule van de meetkundige rij is $u_n = 20 \cdot 0,84^n$.
Voor het verschil geldt $V = 20 - 1,78n - 20 \cdot 0,84^n$.
Voer in $y_1 = 20 - 1,78x - 20 \cdot 0,84^x$.
De tabel geeft dat het maximale verschil is bij $x = 4$.
Dus bij achthoek 4 is het verschil maximaal.
Het maximale verschil is ongeveer 2,9 cm.

Bladzijde 165

- 16 a De formule geeft $f_1 + f_2 = 65 - A_2 = 65 - 65 \cdot 0,9439^2 = 7,088... \text{ cm}$.
De Regel van 18 geeft $f_1 + f_2 = \frac{1}{18} \cdot 65 + \frac{17}{18} \cdot \frac{1}{18} \cdot 65 = 7,021... \text{ cm}$.
Het verschil is $7,088... - 7,021... \approx 0,07 \text{ cm}$.
b Voer de formule $f_n = \frac{17}{18} \cdot f_{n-1}$ met $f_1 = \frac{1}{18} \cdot 65$ in op het rijen-invoerscherm.
De tabel geeft $f_{15} \approx 1,62$ en $f_{16} \approx 1,53$.
Dus vanaf fret 15.

Bladzijde 166

- 17 a Bij 9 termen geeft de rij $4 - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} - \frac{4}{11} + \frac{4}{13} - \frac{4}{15} + \frac{4}{17} = 3,252...$
 $3,252... - \pi = 0,110... > 0,1$
Bij 10 termen geeft de rij $3,252... - \frac{4}{19} = 3,0418...$
 $\pi - 3,0418... = 0,09975... < 0,1$
Dus je hebt minimaal 10 termen nodig.

b $u_1 = 4$ geeft $\frac{a \cdot (-1)^0}{b \cdot 0 + 1} = 4$ oftewel $\frac{a}{1} = 4$, dus $a = 4$.

$a = 4$ en $u_2 = -\frac{4}{3}$ geeft $\frac{4 \cdot (-1)^1}{b \cdot 1 + 1} = -\frac{4}{3}$ oftewel $\frac{-4}{b+1} = -\frac{4}{3}$ en dit geeft $b + 1 = 3$,
dus $b = 2$.

c Voor $n = 2, 3, 4, \dots$ is $u_n = \sqrt{12} \cdot \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1) \cdot 3^{n-1}}$.

Dus $S_n = S_{n-1} + \sqrt{12} \cdot \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1) \cdot 3^{n-1}}$ met $S_1 = \sqrt{12}$.

15.3 Werken met formules

Bladzijde 167

18 a $K = \frac{A^3}{2000}$, oftewel $A^3 = 2000K$.

$K = 0,6$ geeft $A^3 = 2000 \cdot 0,6 = 1200$, dus $A = 10,626\dots$

$K = 0,8$ geeft $A^3 = 2000 \cdot 0,8 = 1600$, dus $A = 11,969\dots$

Dus K ligt tussen 0,6 en 0,8 voor A tussen 10,63 en 11,97.

b $\frac{1}{p} = \frac{2}{q} - \frac{3}{r} = \frac{2r-3q}{qr}$, dus $p = \frac{qr}{2r-3q}$.

c $E = 50 \cdot \left(\frac{x}{3,1}\right)^{1,15} = 50 \cdot \frac{x^{1,15}}{3,1^{1,15}} = \frac{50}{3,1^{1,15}} \cdot x^{1,15}$, invullen bij $F = \frac{E}{x}$ geeft

$F = \frac{50}{3,1^{1,15}} \cdot \frac{x^{1,15}}{x} = \frac{50}{3,1^{1,15}} \cdot x^{0,15}$.

Dus $a = \frac{50}{3,1^{1,15}} \approx 13,61$ en $b = 0,15$.

d $S = 16f^2$ geeft $f^2 = \frac{1}{16}S$, dus $f^3 = \left(\frac{1}{16}S\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot S^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{64} \cdot S^{1,5}$.

$f^3 = \frac{1}{64} \cdot S^{1,5}$ invullen bij $R = 512f^3$ geeft $R = 512 \cdot \frac{1}{64} \cdot S^{1,5} = 8S^{1,5}$.

$R = 8S^{1,5}$ invullen bij $P = \frac{Q}{R}$ geeft $P = \frac{Q}{8 \cdot S^{1,5}}$.

e $Z = \frac{t^3}{d}$ met $t = 60T$ en $d = 1000D$ geeft $Z = \frac{(60T)^3}{1000D} = \frac{60^3}{1000} \cdot \frac{T^3}{D} = 216 \cdot \frac{T^3}{D}$, dus $c = 216$.

f In de formule $2p$ invullen voor p geeft

$A = B \cdot \left(\frac{2p}{q}\right)^{0,52} = B \cdot 2^{0,52} \cdot \left(\frac{p}{q}\right)^{0,52} = 2^{0,52} \cdot B \cdot \left(\frac{p}{q}\right)^{0,52} \approx 1,434 \cdot B \cdot \left(\frac{p}{q}\right)^{0,52}$,

dus de toename is 43,4%.

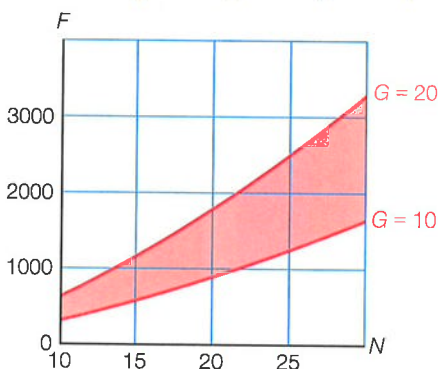
g Als x afneemt, dan neemt $\frac{2}{x}$ toe, dus dan neemt $\frac{2}{x} + \frac{1}{2}$ toe, dus dan neemt $\frac{1}{y}$ toe, dus dan neemt y af.

h $G = 10$ geeft $F = 10N\sqrt{N}$.

N	10	15	20	25	30
$10N\sqrt{N}$	316	581	894	1250	1643

$G = 20$ geeft $F = 20N\sqrt{N}$.

N	10	15	20	25	30
$20N\sqrt{N}$	632	1162	1789	2500	3286



Bladzijde 168

- 19 a** Voer in $y_1 = 5 + 4 \sin(\frac{1}{15}\pi(x-3))$ en $y_2 = 6$.
De optie snijpunt geeft $x = 4,206...$ en $x = 16,793...$
Dus over een afstand van $16,793... - 4,206... \approx 12,59$ meter.
- b** Voer in $y_1 = 1,5x + 3 + 0,4 \sin(\pi(x-1))$.
De optie $\frac{dy}{dx}$ geeft
voor $t = 2$ de groeisnelheid $0,2433...$
voor $t = 3$ de groeisnelheid $2,7566...$
Dus $\frac{2,7566...}{0,2433...} \approx 11,3$ keer zo groot.
- c** $a = \frac{-1 + 12}{2} = 5,5$
 $b = 12 - 5,5 = 6,5$
De periode is 12, dus $c = \frac{2\pi}{12} = \frac{1}{6}\pi$
Stijgend door de evenwichtsstand bij $t = \frac{0,5 + 6,5}{2} = 3,5$, dus $d = 3,5$.
- d** Omdat $44 - 30 = 14$ is $x_A = \frac{14}{2} = 7$.
Stijgend door de evenwichtsstand bij $x = \frac{1}{4} \cdot 44 = 11$.
De amplitude is gelijk aan de evenwichtsstand, dus stel de formule is
 $y = a + a \sin(\frac{2\pi}{44}(x-11))$ oftewel $y = a + a \sin(\frac{1}{22}\pi(x-11))$.
 $A(7, 5)$, dus los op $a + a \sin(\frac{1}{22}\pi(7-11)) = 5$.
Voer in $y_1 = x + x \sin(\frac{1}{22}\pi \cdot -4)$ en $y_2 = 5$.
De optie snijpunt geeft $x = 10,884...$
De formule is $y = 10,88 + 10,88 \sin(\frac{1}{22}\pi(x-11))$.

Bladzijde 175

- 20 a** Los op $22,5 + 10 \sin(0,0172(t-120)) > 30$.
Voer in $y_1 = 22,5 + 10 \sin(0,0172(x-120))$ en $y_2 = 30$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 169,3$ en $x \approx 253,3$, dus vanaf $t = 170$ tot en met $t = 253$.
Dat zijn 84 dagen.
- b** De formule is van de vorm $T_{\min} = a + b \sin(0,0172(t-120))$.
 $a = \frac{6+22}{2} = 14$ en $b = 22 - 18 = 8$
Dus $T_{\min} = 14 + 8 \sin(0,0172(x-120))$.

Bladzijde 176

- 21 a** 4 minuten en 52 seconden is 292 seconden, dus $T_1 = 292$.
 $T_2 = 292 \cdot \left(\frac{10000}{1500}\right)^{1,07} \approx 2223$
Dus de te verwachten tijd is 37 minuten en 3 seconden.
- b** D_1 en D_2 zijn de afstanden in km.
 $\frac{D_2}{D_1} = \frac{0,001d_2}{0,001d_1} = \frac{d_2}{d_1}$, dus de breuk blijft even groot.
- c** De gemiddelde snelheid bij afstand d_1 is $\frac{d_1}{T_1}$ m/s.
Neem $d_2 = 2d_1$. Dit geeft $T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{2d_1}{d_1}\right)^{1,07} = T_1 \cdot 2^{1,07}$.
De gemiddelde snelheid is nu $\frac{d_2}{T_2} = \frac{2d_1}{T_1 \cdot 2^{1,07}} = \frac{2}{2^{1,07}} \cdot \frac{d_1}{T_1}$ m/s.
Omdat $\frac{2}{2^{1,07}} \approx 0,953$ is het gevraagde percentage 4,7%.

$$\begin{aligned} d \quad T &= 206 \cdot \left(\frac{d}{1,5}\right)^{1,07} = 206 \cdot \frac{d^{1,07}}{1,5^{1,07}} = \frac{206}{1,5^{1,07}} \cdot d^{1,07} \text{ invullen in } K = \frac{T}{d} \text{ geeft} \\ K &= \frac{206}{1,5^{1,07}} \cdot \frac{d^{1,07}}{d} = \frac{206}{1,5^{1,07}} \cdot d^{0,07}. \\ \text{Dus } p &= \frac{206}{1,5^{1,07}} \approx 133,49 \text{ en } q = 0,07. \end{aligned}$$

Bladzijde 177

- e 6 minuten en 3,32 seconden is 363,32 seconden, dus $T_1 = 363,32$.
 12 minuten en 36,30 seconden is 756,30 seconden, dus $T_2 = 756,30$.
 $\frac{d_2}{d_1} = \frac{10000}{5000} = 2$
 Dus los op $363,32 \cdot 2^a = 756,30$.
 Voer in $y_1 = 363,32 \cdot 2^x$ en $y_2 = 756,30$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 1,058$, dus $a = 1,058$.

22 Voor een bol geldt $A = 12,57r^2$, dus $r^2 = \frac{A}{12,57} \approx 0,08A$ en $r = \sqrt{0,08A}$.

Dus de inhoud van een bol is $4,19r^3 = 4,19 \cdot (\sqrt{0,08A})^3$.

Dit geeft $E = \frac{V}{4,19 \cdot (\sqrt{0,08A})^3}$.

Bladzijde 178

- 23 a Los op $7 + 7 \sin\left(\frac{2\pi}{60}(x - 15)\right) = 4,5$.
 Voer in $y_1 = 7 + 7 \sin\left(\frac{1}{30}\pi(x - 15)\right)$ en $y_2 = 4,5$.
 De optie snijpunt geeft $x = 11,5125\dots$ en $x = 48,4874\dots$
 De gevraagde lengte is $48,4874\dots - 11,5125\dots \approx 36,97$ m.
 b $a = \frac{12,5}{2} = 6,25$
 $c = \frac{2\pi}{51}$
 $d = 60 + \frac{1}{4} \cdot \text{periode} = 60 + \frac{1}{4} \cdot 51 = 72,75$

Bladzijde 179

- c De formule is van de vorm $h = a + a \sin\left(\frac{2\pi}{39}(x - \frac{1}{4} \cdot 39)\right)$.
 $39 - 24 = 15$ en $\frac{15}{2} = 7,5$, dus voor $x = 7,5$ is $h = 4,5$.
 Los op $a + a \sin\left(\frac{2\pi}{39}(7,5 - 9,75)\right) = 4,5$.
 Voer in $y_1 = x + x \sin\left(\frac{2\pi}{39} \cdot -2,25\right)$ en $y_2 = 4,5$.
 De optie snijpunt geeft $x = 6,97\dots$
 $2 \cdot 6,97\dots = 13,94\dots$, dus de hoogte moet minimaal 14,0 m zijn.

- 24 a $a = 4$ en $b = 2,5$ invullen geeft $\frac{1}{c} = \frac{1}{2,5} - \frac{1}{4} = \frac{8}{20} - \frac{5}{20} = \frac{3}{20}$.
 Uit $\frac{1}{c} = \frac{3}{20}$ volgt $c = \frac{20}{3}$.
 Dus de gevraagde straal is $\frac{20}{3}$ cm $\approx 6,7$ cm.
 b $a = 3$, dus de formule is $\frac{1}{c} = \frac{1}{b} - \frac{1}{3}$.
 Als b afneemt, dan neemt $\frac{1}{b}$ toe dus dan neemt $\frac{1}{b} - \frac{1}{3}$ toe.
 Dus $\frac{1}{c}$ neemt toe en daarom neemt c af.

c $\frac{1}{c} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{a}{ab} - \frac{b}{ab} = \frac{a-b}{ab}$ en dit geeft $c = \frac{a-b}{ab}$.

Bladzijde 180

25 a $a = \text{evenwichtsstand} = \frac{0,3 + 2,1}{2} = 1,2$

$b = \text{amplitude} = 2,1 - 1,2 = 0,9$

De periode is 1 jaar, dus $c = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$.

Het maximum treedt op voor $t = 0,25$, dus de grafiek van G gaat stijgend door de evenwichtsstand voor $t = 0,25 - \frac{1}{4} \cdot \text{periode} = 0,25 - \frac{1}{4} \cdot 1 = 0$, dus $d = 0$.

b Los op $1,2t + 0,14 + 0,14 \sin(2\pi(t - 0,25)) = 5$.

Voer in $y_1 = 1,2x + 0,14 + 0,14 \sin(2\pi(x - 0,25))$ en $y_2 = 5$.

De optie snijpunt geeft $t = 4,12\dots$

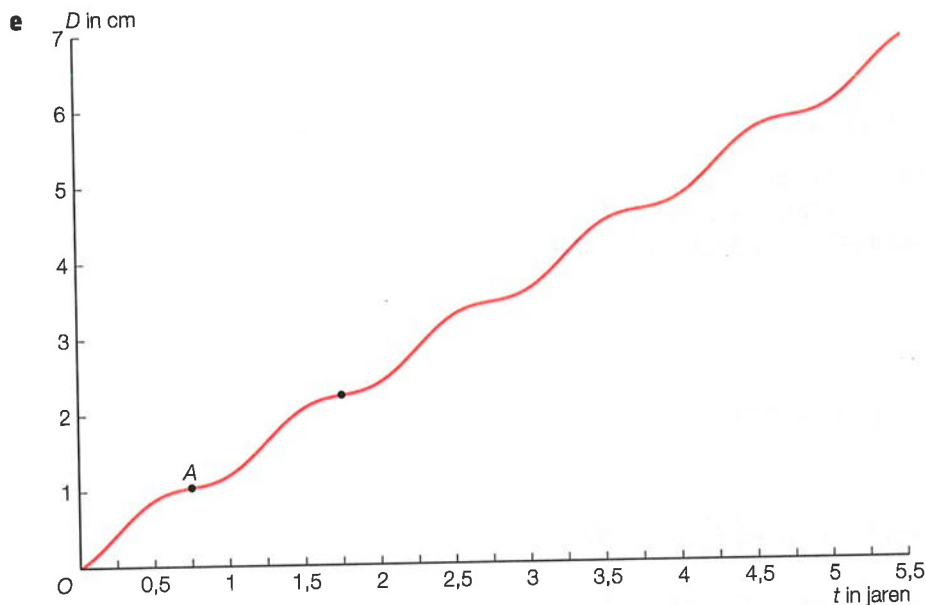
Dus na 4 jaar en $0,12\dots \cdot 12 \approx 2$ maanden.

Bladzijde 181

c De afwijking is $0,14 \sin(2\pi(t - 0,25))$ en dit is maximaal 0,14 cm (de amplitude).

d $t = 0,5$ geeft $D = 0,88$ en $t = 1$ geeft $D = 1,2$.

De groei in het eerste helft van het jaar is $\frac{0,88}{1,2} \times 100\% \approx 73\%$ van de jaarlijkse groei.



De optie $\frac{dy}{dx}$ voor $t = 0,75$ bij de formule voor D geeft een minimale groeisnelheid van 0,32 cm/jaar.

Bladzijde 182

26 a $L = 15$ en $R = 0,18$ geeft $\frac{G}{15^3} = 0,18$, dus $G = 607,5$.

$L = 15$ en $R = 0,22$ geeft $\frac{G}{15^3} = 0,22$, dus $G = 742,5$.

Dus tussen 607 en 743 gram.

b Bij meten over het schild heen is L groter.

Als L groter is, dan is L^3 groter, dus dan is $\frac{G}{L^3}$ kleiner.

Dus de Jackson Ratio is dan kleiner dan in werkelijkheid.

c Bij $W = 1$ hoort $G = 454$, dus $G = 454W$.

Bij $l = 1$ hoort $L = 2,54$, dus $L = 2,54l$.

In de formule invullen geeft $R = \frac{454W}{(2,54l)^3} = \frac{454}{2,54^3} \cdot \frac{W}{l^3}$.

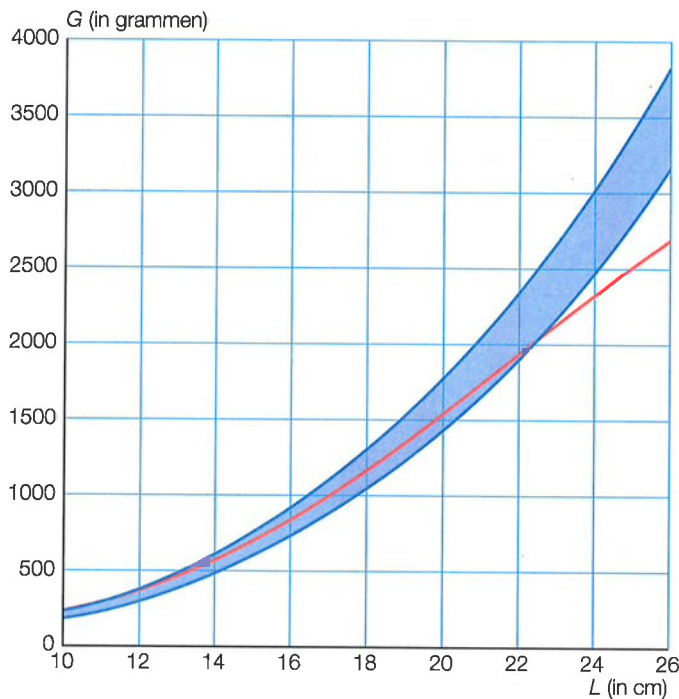
Dus $c = \frac{454}{2,54^3} \approx 27,7$.

Bladzijde 183

- d Uit $R = \frac{G}{L^3}$ volgt $G = R \cdot L^3$.

$R = 0,18$ geeft $G = 0,18L^3$ en $R = 0,22$ en $G = 0,22L^3$.

L	10	14	18	22	24	26
$G = 0,18L^3$	180	494	1050	1917	2488	3164
$G = 0,22L^3$	220	604	1283	2343	3041	3867

**15.4 Formules met exponenten en logaritmen****Bladzijde 184**

27 a $g^7 = \frac{41}{128}$ dus $g = \left(\frac{41}{128}\right)^{\frac{1}{7}} = 0,849\dots$

$$\left. \begin{array}{l} F = b \cdot 0,849\dots^K \\ K = 10 \text{ en } F = 128 \end{array} \right\} b \cdot 0,849\dots^{10} = 128$$

$$b = \frac{128}{0,849\dots^{10}} \approx 651$$

Dus $b = 651$ en $g = 0,85$.

- b $H = 1$ en $D = 12,3$ invullen in $D = a \cdot H^b$ geeft $a \cdot 1^b = 12,3$, oftewel $a \cdot 1 = 12,3$, dus $a = 12,3$.
 $H = 150$ en $D = 600$ invullen in $D = 12,3 \cdot H^b$ geeft $12,3 \cdot 150^b = 600$.

Voer in $y_1 = 12,3 \cdot 150^x$ en $y_2 = 600$.

De optie snijpunt geeft $x = 0,7758\dots$, dus $b \approx 0,776$.

- c Neem $10A$ voor A in de formule $B = 5 \cdot A^{0,8}$.
 Je krijgt $B = 5 \cdot (10A)^{0,8} = 5 \cdot 10^{0,8} \cdot A^{0,8} = 10^{0,8} \cdot 5 \cdot A^{0,8}$.
 Omdat $10^{0,8} \approx 6,3$ is de bewering niet waar.

- d $e^{0,15x} = (e^{0,15})^x \approx 1,16^x$

Als x toeneemt, dan neemt $e^{0,15x}$ toe, dus dan neemt $2 + e^{0,15x}$ toe,

dus dan neemt $\frac{85}{2 + e^{0,15x}}$ af en dan neemt $85 - \frac{85}{2 + e^{0,15x}}$ toe.

Dus R neemt toe als x toeneemt.

- e $e^{0,44x} = (e^{0,44})^x \approx 1,55^x$

Als x heel erg negatief is, dan is $e^{0,44x} \approx 0$, dus dan is $2 + e^{0,44x} \approx 2 + 0 = 2$ en dan is

$$Z \approx 1200 - \frac{1200}{2} = 600.$$

Als x heel groot is, dan is $e^{0,44x}$ heel groot, dus dan is $\frac{1200}{2 + e^{0,44x}} \approx 0$ en dan is $Z \approx 1200 - 0 = 1200$.

Dus Z kan tussen 600 en 1200 liggen.

- f** $0,6^{0,4t} = (0,6^{0,4})^t \approx 0,815^t$
 Als t heel groot wordt, dan nadert $0,6^{0,4t}$ tot 0, dus dan nadert $43 - 43 \cdot 0,6^{0,4t}$ tot $43 - 0 = 43$.
 De grenswaarde van E is 43.
- g** Als t heel groot wordt, dan nadert $0,83^t$ tot 0, dus dan nadert $75 - 20 \cdot 0,83^t$ tot $75 - 0 = 75$, dus de grenswaarde is 75.
 Los op $75 - 20 \cdot 0,83^t = 70$.
 Voer in $y_1 = 75 - 20 \cdot 0,83^x$ en $y_2 = 70$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 7,4$, dus voor $t = 7,4$ is de hoogte van de plant 5 cm van de grenswaarde verwijderd.
- h** $S_p = \frac{A}{3^{\frac{p}{16}}} = A \cdot 3^{-\frac{p}{16}} = A \cdot (3^{-\frac{1}{16}})^p \approx A \cdot 0,934^p$
 Dus $g = 0,934$.
- i** $Z = 750 \cdot 0,92^P$
 $\log(Z) = \log(750 \cdot 0,92^P) = \log(750) + \log(0,92^P) = \log(750) + P \cdot \log(0,92)$
 $P \cdot \log(0,92) = \log(Z) - \log(750)$
 $P = \frac{1}{\log(0,92)} \cdot \log(Z) - \frac{\log(750)}{\log(0,92)}$
 $P \approx -27,6 \cdot \log(Z) + 79,4$
 Dus $P = -27,6 \cdot \log(Z) + 79,4$.
- j** $V = 12,8 \cdot W^{0,78}$
 $\log(V) = \log(12,8 \cdot W^{0,78})$
 $\log(V) = \log(12,8) + \log(W^{0,78})$
 $\log(V) = \log(12,8) + 0,78 \cdot \log(W)$
 $\log(V) \approx 1,11 + 0,78 \cdot \log(W)$
 Dus $\log(V) = 1,11 + 0,78 \cdot \log(W)$.
- k** $Z = 10^{3,14-5Q}$
 $3,14 - 5Q = \log(Z)$
 $-5Q = -3,14 + \log(Z)$
 $Q = 0,628 - 0,2 \cdot \log(Z)$
 Dus $a = 0,628$ en $b = -0,2$.
- l** $G = 1,15 \cdot e^{0,95 \cdot t}$
 $e^{0,95 \cdot t} = \frac{1}{1,15} \cdot G$
 $0,95 \cdot t = \ln(\frac{1}{1,15} \cdot G)$
 $t = \frac{1}{0,95} \ln(\frac{1}{1,15} \cdot G)$
- m** Neem $10n$ voor n in de formule $M = 1,8 \cdot {}^2\log(n)$.
 Je krijgt $M = 1,8 \cdot {}^2\log(10n) = 1,8 \cdot ({}^2\log(10) + {}^2\log(n)) = 1,8 \cdot {}^2\log(10) + 1,8 \cdot {}^2\log(n) \approx 6 + 1,8 \cdot {}^2\log(n)$.
 Dus M neemt dan met 6 toe.

Bladzijde 185

- n** Bij 1 januari 2017 hoort $t = 7$.
 Bij $t = 7$ hoort $N_1 = 29$ en $N_2 = 14$.
 Dus $\frac{29}{14} \approx 2,1$ keer zo groot.
- o** De grafiek van N_2 is 3 naar rechts verschoven ten opzichte van de grafiek van N_1 , dus vervang t door $t - 3$.
 Dus de formule $N_2 = 5 \cdot e^{0,25(t-3)}$ is juist.

Bladzijde 192

- 28** De opbrengst in het eerste jaar is $1750 \cdot 0,225 = 393,75$ euro, dus $a = 393,75$.
 Bij een toename van 5% per jaar hoort groeifactor 1,05 per jaar, dus $b = 1,05$.

Bladzijde 193

- 29 a** Bij $L = 60$ hoort $H = 25$ en bij $L = 3$ hoort $H = 450$, dus $g_{57 \text{ jaar}} = \frac{25}{450}$ en dit geeft

$$g_{\text{jaar}} = \left(\frac{25}{450}\right)^{\frac{1}{57}} = 0,9505...$$

$$\left. \begin{array}{l} H = b \cdot 0,9505...^L \\ L = 60 \text{ en } H = 25 \end{array} \right\} b \cdot 0,9505...^{60} = 25$$

$$b = \frac{25}{0,9505...^{60}} \approx 524$$

Dus $g = 0,951$ en $b = 524$.

- b** $H = 520 \cdot 0,95^L$
 $520 \cdot 0,95^L = H$
 $\log(520 \cdot 0,95^L) = \log(H)$
 $\log(520) + \log(0,95^L) = \log(H)$
 $L \cdot \log(0,95) = \log(H) - \log(520)$
 $L = \frac{1}{\log(0,95)} \cdot \log(H) - \frac{\log(520)}{\log(0,95)}$
 $L \approx -44,89 \cdot \log(H) + 121,92$
 Dus $L = -44,89 \cdot \log(H) + 121,92$.

Bladzijde 194

- 30 a** $A_6 = L - 20$ invullen in $A_n = L \cdot 0,9439^n$ geeft
 $L - 20 = L \cdot 0,9439^6$
 $L - L \cdot 0,9439^6 = 20$
 $L(1 - 0,9439^6) = 20$
 $L = \frac{20}{1 - 0,9439^6} \approx 68$
 Dus de lengte van een snaar is 68 cm.
- b** Bij $n = 12$ hoort groeifactor $\frac{1}{2}$, dus $g^{12} = \frac{1}{2}$.
 Dit geeft $g = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{12}} \approx 0,94387$.

Bladzijde 195

- c** $A_n = \frac{L}{2^{\frac{n}{12}}} = L \cdot 2^{-\frac{n}{12}} = L \cdot (2^{-\frac{1}{12}})^n = L \cdot 0,9439^n$

- 31 a** $t = 3,5$ en $w = 0$ geeft $D = 40,079...$

$$w = 20 \text{ en } D = 40,079... \text{ geeft } \frac{110}{1 + e^{0,159(\sqrt{20}-t)}} = 40,079...$$

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{110}{1 + e^{0,159(\sqrt{20}-x)}} \text{ en } y_2 = 40,079...$$

De optie snijpunt geeft $x = 7,97...$, dus $8,0 - 3,5 = 4,5^\circ\text{C}$ warmer.

- b** Als w toeneemt, dan neemt $\sqrt{w} - t$ toe, dus dan neemt $1 + e^{0,159(\sqrt{w}-t)}$ toe en dan neemt $\frac{110}{1 + e^{0,159(\sqrt{w}-t)}}$ af, dus dan neemt $D = 110 - \frac{110}{1 + e^{0,159(\sqrt{w}-t)}}$ toe.

- c** De waarde van D hangt af van $x = \sqrt{w} - t$ en $e^{0,159x} = (e^{0,159})^x \approx 1,17^x$.
 Als x heel groot wordt, dan is $e^{0,159x}$ heel groot, dus dan is $\frac{110}{1 + e^{0,159x}} \approx 0$ en dan is $D \approx 110 - 0 = 110$.
 Als x heel erg negatief wordt, dan nadert $e^{0,159x}$ tot 0, dus dan wordt $\frac{110}{1 + e^{0,159x}} \approx \frac{110}{1 + 0} = 110$, dus dan is $D \approx 110 - 110 = 0$.
 Dus D kan liggen tussen 0 en 110.

d $w = 0$ en $D = 8$ geeft $110 - \frac{110}{1 + e^{0,159 \cdot -t}} = 8$.

Voer in $y_1 = 110 - \frac{110}{1 + e^{-0,159x}}$ en $y_2 = 8$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 16$, dus de temperatuur is 16°C .

$t = 16$ en $D = 17$ geeft $110 - \frac{110}{1 + e^{0,159(\sqrt{w}-16)}} = 17$.

Voer in $y_1 = 110 - \frac{110}{1 + e^{0,159(\sqrt{x}-16)}}$ en $y_2 = 17$.

De optie snijpunt geeft $x = 28$, dus de windsnelheid is 28 km/uur .

Bladzijde 196

32 a Per jaar komen er $365 \cdot 24 \cdot 6 \cdot 25 = 1\,314\,000$ bitcoins bij.

Na 1 januari 2014 duurt het nog $\frac{18 - 12,2}{1,314} \approx 4,4$ jaar.

Dus in het jaar $2014 + 4 = 2018$.

b $B = 25 \cdot (\frac{1}{4})^t$ met t in viertallen jaren en $t = 0$ in 2013.

$t = 4$ geeft $B = 1,5625$ en $t = 5$ geeft $B = 0,9765625$.

Dus vanaf $2013 + 5 \cdot 4 = 2033$.

c Er geldt $0,5^{0,25t} = (0,5^{0,25})^t \approx 0,84^t$.

Als t heel groot wordt, dan nadert $0,5^{0,25t}$ tot 0.

De grenswaarde van C is $21 - 21 \cdot 0 = 21$ miljoen.

Bladzijde 197

d $D = 3,65 \cdot e^{0,533t}$

$e^{0,533t} = \frac{1}{3,65} \cdot D$

$0,533t = \ln(\frac{1}{3,65} \cdot D)$

$t = \frac{1}{0,533} \cdot \ln(\frac{1}{3,65} \cdot D)$

33 a $G = 1$ en $E = 3,27$ invullen in $E = a \cdot G^b$ geeft $a \cdot 1^b = 3,27$, dus $a \cdot 1 = 3,27$ oftewel $a = 3,27$.

$G = 1000$ en $E = 520$ invullen in $E = 3,27 \cdot G^b$ geeft $3,27 \cdot 1000^b = 520$.

Voer in $y_1 = 3,27 \cdot 1000^x$ en $y_2 = 520$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 0,734$, dus $b = 0,734$.

b I Neem $10G$ voor G in de formule $E = 3,3 \cdot G^{0,73}$.

Je krijgt $E = 3,3 \cdot (10G)^{0,73} = 3,3 \cdot 10^{0,73} \cdot G^{0,73} = 10^{0,73} \cdot 3,3 \cdot G^{0,73}$.

Omdat $10^{0,73} \approx 5,4$ is stelling I niet waar.

II Voor de kat geldt $G = 3$ en $E = 7$ en voor het schaap geldt $G = 50$ en $E = 60$.

De kat verbruikt $\frac{7}{3} \approx 2,3$ watt per kg en het schaap verbruikt $\frac{60}{50} = 1,2$ watt per kg,

dus stelling II is niet waar.

c $E = 3,3 \cdot G^{0,73}$ geeft $\log(E) = \log(3,3 \cdot G^{0,73})$

$\log(E) = \log(3,3) + \log(G^{0,73})$

$\log(E) = \log(3,3) + 0,73 \cdot \log(G)$

$\log(E) \approx 0,52 + 0,73 \cdot \log(G)$

Dus $p = 0,52$ en $q = 0,73$.

Bladzijde 198

34 a Het werkelijke aantal klanten is $34\,000$.

De formule geeft $N = 4500 \cdot e^{0,0463 \cdot 42} \approx 31\,500$.

Het verschil is 2500 .

Bladzijde 199

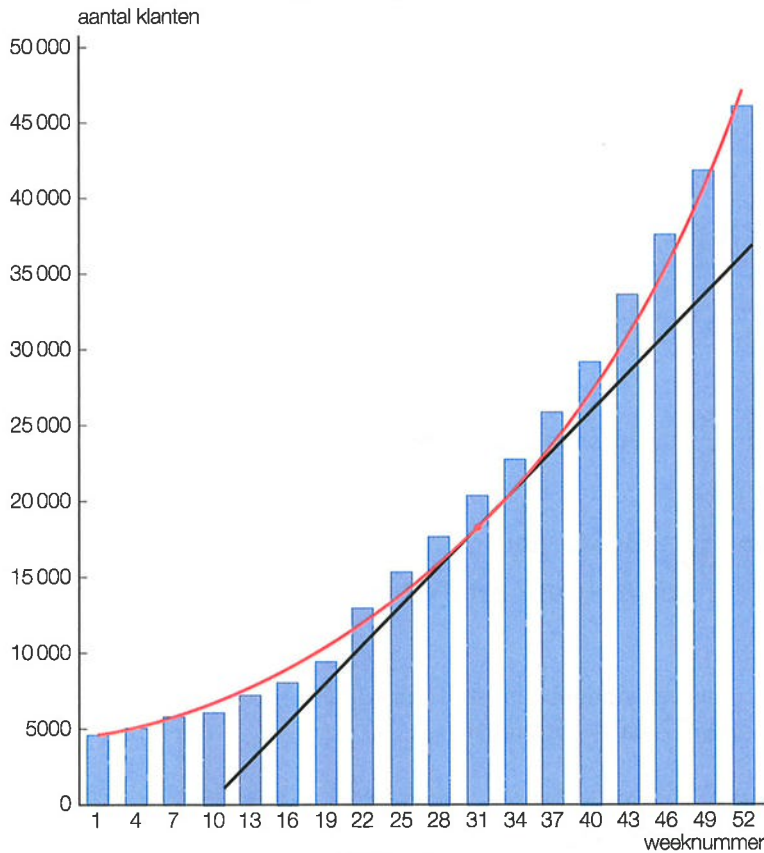
b Los op $e^{0,0463t} = 10$

$0,0463t = \ln(10)$

$t \approx 49,7$

Dus 50 weken.

- c Teken de raaklijn aan de grafiek bij weeknummer 31.



De helling van de raaklijn is $\frac{3500 - 0}{52 - 10} \approx 800$.

Dus de snelheid is 800 klanten per week.

d $N = 4500 \cdot e^{0,0463 \cdot t}$

$$e^{0,0463 \cdot t} = \frac{1}{4500} \cdot N$$

$$0,0463 \cdot t = \ln\left(\frac{1}{4500} \cdot N\right)$$

$$t = \frac{1}{0,0463} \cdot \ln\left(\frac{1}{4500} \cdot N\right)$$

Dus $a = \frac{1}{0,0463} \approx 21,60$ en $b = \frac{1}{4500} \approx 0,00022$.

35 a Voor bos A geldt $H = -(0,7 \ln(0,7) + 0,3 \ln(0,3)) \approx 0,611$.

Voor bos B geldt $H = -(0,9 \ln(0,9) + 0,1 \ln(0,1)) \approx 0,325$.

Dus de Shannon-index van bos A is het grootst.

- b Als het aandeel eiken kleiner wordt, dan nadert p tot 0.

$p = 0,1$ geeft $H \approx 0,325$.

$p = 0,01$ geeft $H \approx 0,056$.

$p = 0,001$ geeft $H \approx 0,008$.

Dus dan nadert de Shannon-index tot 0.

Bladzijde 200

- 36 a Lees af: in augustus 2021 ($t = 220$) is het aantal aardbevingen met magnitude $\geq 2,0$ ongeveer 65 en het aantal aardbevingen met magnitude $\geq 2,5$ ongeveer 22.

Dat is dus $\frac{22}{65} \times 100\% \approx 34\%$.

Bladzijde 201

- b De grafiek van $A_{1,5} = 12 \cdot e^{0,013t}$ wordt 85 naar rechts verschoven, dus vervang t door $t - 85$ in deze formule.

Dit geeft $A_{2,0} = 12 \cdot e^{0,013(t-85)}$, dus formule B is juist.

- c $M = 1,0$ en $N = 10$ geeft $10^{a-1} = 10$ oftewel $10^{a-1} = 10^1$ en dit geeft $a - 1 = 1$, dus $a = 2$.

- d $N = 10^{2-M}$
 $2 - M = \log(N)$
 $-M = -2 + \log(N)$
 $M = 2 - \log(N)$
 Dus $p = 2$ en $q = -1$.

Bladzijde 202

- 37 a De bankenformule geeft $T = \frac{70}{1,00} \approx 70$ jaar.
 Los op $\frac{72}{p} = 70$.
 Dit geeft $p = \frac{72}{70} \approx 1,03$, dus 1,03%.
- b Verschil 1 maand = $\frac{1}{12}$ jaar geeft $\frac{72}{p} - \frac{70}{p} = \frac{1}{12}$, dus $\frac{2}{p} = \frac{1}{12}$ en dit geeft $p = 24$.
 Dus vanaf een rentepercentage van 24%.
- c $p = 1,10$ geeft bij de bankenformule $\frac{70}{1,10} = 63,636\dots$ jaar.
 $p = 1,10$ in de formule $(1 + 0,01p)^T = 2$ geeft $(1 + 0,01 \cdot 1,10)^T = 2$ oftewel $1,011^T = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,011^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 63,359\dots$, dus een verdubbelingstijd van 63,359... jaar.
 Het verschil is $63,636\dots - 63,359\dots = 0,277$ jaar ≈ 3 maanden.

Bladzijde 203

- d $\ln((1 + 0,01p)^T) = \ln(2)$ geeft $T \cdot \ln(1 + 0,01p) = \ln(2)$.
 $\ln(1 + 0,01p)$ vervangen door $0,01p$ geeft $T \cdot 0,01p = \ln(2)$, dus $T = \frac{\ln(2)}{0,01p} \approx \frac{69,3}{p}$.
 Dus $c \approx 69,3$ en dit is lager dan $c = 70$.

- 38 a $n = 108$ geeft $A = 1,5 \cdot {}^2\log(108) = 10,13\dots$
 Dus minstens 11 keer schudden.
- b Neem $4n$ voor n in de formule van A .
 Je krijgt $A = 1,5 \cdot {}^2\log(4n) = 1,5 \cdot ({}^2\log(4) + {}^2\log(n))$
 $= 1,5 \cdot {}^2\log(4) + 1,5 \cdot {}^2\log(n) = 1,5 \cdot 2 + 1,5 \cdot {}^2\log(n) = 3 + A$.
 Dus als n vier keer zo groot wordt, dan wordt er bij A drie opgeteld.

15.5 Differentiaalrekening**Bladzijde 204**

- 39 a $I = (40 - 2h)(30 - h)h = h(1200 - 100h + 2h^2) = 2h^3 - 100h^2 + 1200h$
 $\frac{dI}{dh} = 6h^2 - 200h + 1200$
 $\frac{dI}{dh} = 0$ geeft $6h^2 - 200h + 1200 = 0$.
 Voer in $y_1 = 6x^2 - 200x + 1200$.
 De optie nulpunt geeft $x = 7,847\dots$ en $x = 25,485\dots$
 $x = 25,485\dots$ voldoet niet, dus bij een hoogte van 7,85 cm is de inhoud maximaal.
- b $P_n = 0,85 \cdot e^{1,4n} \cdot n^{-1,6}$ geeft
 $P'_n = 0,85 \cdot e^{1,4 \cdot n} \cdot 1,4 \cdot n^{-1,6} + 0,85 \cdot e^{1,4 \cdot n} \cdot -1,6 \cdot n^{-2,6}$
 $= 1,19 \cdot e^{1,4 \cdot n} \cdot n^{-1,6} - 1,36 \cdot e^{1,4 \cdot n} \cdot n^{-2,6}$
- c $V = \frac{25x + 240}{18x}$ geeft $\frac{dV}{dx} = \frac{18x \cdot 25 - (25x + 240) \cdot 18}{(18x)^2} = \frac{450x - 450x - 4320}{(18x)^2} = \frac{-4320}{(18x)^2}$.
 Van $\frac{dV}{dx}$ is de teller negatief en de noemer positief, dus $\frac{dV}{dx} < 0$.
 Uit $\frac{dV}{dx} < 0$ volgt dat V daalt als x toeneemt.

d $W = \frac{650}{K} = 650K^{-1}$ geeft $\frac{dW}{dK} = -650K^{-2} = \frac{-650}{K^2}$

Van $\frac{dW}{dK}$ is de teller negatief en de noemer positief, dus $\frac{dW}{dK}$ is negatief en dus is W dalend.

Als K toeneemt, dan neemt K^2 toe, dus dan neemt $\frac{650}{K^2}$ af en dan neemt $\frac{-650}{K^2}$ toe, dus $\frac{dW}{dK}$ neemt toe.

Dus W is afnemend dalend.

e $Q = \frac{4500 + 50t}{306 + 0,4t}$ geeft

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{(306 + 0,4t) \cdot 50 - (4500 + 50t) \cdot 0,4}{(306 + 0,4t)^2} = \frac{15300 + 20t - 1800 - 20t}{(306 + 0,4t)^2} = \frac{13500}{(306 + 0,4t)^2}$$

Van $\frac{dQ}{dt}$ is de teller positief en de noemer positief, dus $\frac{dQ}{dt}$ is positief en dus is Q stijgend.

Als t toeneemt, dan blijft de teller 13 500 gelijk en neemt de noemer $(306 + 0,4t)^2$ toe, dus $\frac{dQ}{dt}$ neemt af.

Dus Q is afnemend stijgend.

f $k = \frac{5a}{5-a}$ geeft $\frac{dk}{da} = \frac{(5-a) \cdot 5 - 5a \cdot -1}{(5-a)^2} = \frac{25 - 5a + 5a}{(5-a)^2} = \frac{25}{(5-a)^2}$

Van $\frac{dk}{da}$ is de teller positief en de noemer positief, dus $\frac{dk}{da}$ is positief dus is k stijgend.

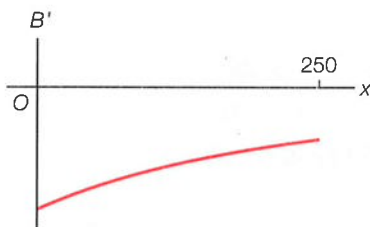
k is stijgend, dus als a groter wordt, dan wordt k groter.

Dat betekent dat k afneemt als a kleiner wordt.

g $B(x) = 2,5x + 8000 \cdot \frac{600 - 4x}{500 + x}$ geeft $B'(x) = 2,5 + 8000 \cdot \frac{(500 + x) \cdot -4 - (600 - 4x) \cdot 1}{(500 + x)^2}$

$$= 2,5 + 8000 \cdot \frac{-2000 - 4x - 600 + 4x}{(500 + x)^2}$$

$$= 2,5 + 8000 \cdot \frac{-2600}{(500 + x)^2} = 2,5 - \frac{2,08 \cdot 10^7}{(500 + x)^2}$$



De grafiek van B' blijft onder de x -as dus B is dalend.

h $P = 7,5 \cdot Q^{0,96}$ geeft $\frac{dP}{dQ} = 7,5 \cdot 0,96 \cdot Q^{-0,04} = 7,2 \cdot Q^{-0,04}$

Als Q toeneemt, dan neemt $Q^{-0,04}$ af, dus $\frac{dP}{dQ}$ neemt af.

Dus P is afnemend stijgend.

i $F = 4,88 \cdot e^{0,615 \cdot t}$ geeft $\frac{dF}{dt} = 4,88 \cdot e^{0,615 \cdot t} \cdot 0,615 = 3,0012 \cdot e^{0,615 \cdot t}$

Omdat $e^{0,615 \cdot t}$ positief is, is $\frac{dF}{dt}$ positief, dus de grafiek van F is stijgend.

Er geldt $e^{0,615 \cdot t} = (e^{0,615})^t \approx 1,85^t$.

Als t toeneemt, dan neemt $e^{0,615 \cdot t}$ toe, dus dan neemt ook $\frac{dF}{dt}$ toe.

De grafiek van F is dus toenemend stijgend.

j $Q = 2,6 \cdot {}^2\log(p)$ geeft $\frac{dQ}{dp} = 2,6 \cdot \frac{1}{p \cdot \ln(2)} = \frac{2,6}{\ln(2)} \cdot \frac{1}{p} \approx \frac{3,75}{p}$.

Omdat $p > 0$ is, is $\frac{3,75}{p}$ positief, dus Q is stijgend.

Als p toeneemt, dan neemt $\frac{3,75}{p}$ af, dus $\frac{dQ}{dp}$ neemt af.

Dus Q is afnemend stijgend.

Bladzijde 205

k $H = 75 - 20 \cdot 0,83^t$ geeft $\frac{dH}{dt} = 0 - 20 \cdot 0,83^t \cdot \ln(0,83) = 3,72... \cdot 0,83^t$.

Bij halverwege 2022 hoort $t = 2,5$.

$t = 2,5$ geeft $\frac{dH}{dt} = 3,72... \cdot 0,83^{2,5} \approx 2,34$

De groeisnelheid is 2,34 cm/jaar.

l $L = \frac{125}{1 + e^{5-1,1t}}$ geeft $\frac{dL}{dt} = \frac{(1 + e^{5-1,1t}) \cdot 0 - 125 \cdot e^{5-1,1t} \cdot -1,1}{(1 + e^{5-1,1t})^2} = \frac{137,5 \cdot e^{5-1,1t}}{(1 + e^{5-1,1t})^2}$.

Voer in $y_1 = \frac{137,5 \cdot e^{5-1,1x}}{(1 + e^{5-1,1x})^2}$.

De optie maximum geeft $x = 4,545...$ en $y = 34,375$.

De maximale groeisnelheid is 34,4 cm/jaar.

Bladzijde 210

40 $H = \frac{1900}{L} = 1900L^{-1}$ geeft $\frac{dH}{dL} = -1900L^{-2} = -\frac{1900}{L^2}$.

Voor $L > 0$ is L^2 positief. De teller is negatief en de noemer is positief, dus $\frac{dH}{dL}$ is negatief en dus is H dalend.

Als L toeneemt, dan neemt L^2 toe en dan neemt $\frac{1900}{L^2}$ af, dus dan neemt $\frac{-1900}{L^2}$ toe.

Dus H is afnemend dalend.

Bladzijde 211

41 a $T = \frac{650 + 325x}{46,9x}$ geeft

$\frac{dT}{dx} = \frac{46,9x \cdot 325 - (650 + 325x) \cdot 46,9}{(46,9x)^2} = \frac{15\,242,5x - 30\,485 - 15\,242,5x}{(46,9x)^2} = \frac{-30\,485}{(46,9x)^2}$.

De teller van $\frac{dT}{dx}$ is negatief en de noemer is positief, dus $\frac{dT}{dx}$ is negatief en dus daalt

T als x toeneemt (en je dus meer panelen aanschaft).

b De aanschafprijs is $0,85(1300 + 325x) = 1105 + 275,25x$.

De opbrengst per paneel is $\frac{2500}{12} = 208,33... \text{ kwh per jaar}$.

De opbrengst in euro's bij x panelen is $208,33... \cdot 0,225 \cdot x = 46,875x$.

Dus de formule is $T = \frac{1105 + 275,25x}{46,875x}$.

42 $E = 3,3 \cdot G^{0,73}$ geeft $\frac{dE}{dG} = 3,3 \cdot 0,73 \cdot G^{-0,27} = 2,409 \cdot G^{-0,27}$.

Als G toeneemt, dan neemt $G^{-0,27}$ af, dus $\frac{dE}{dG}$ neemt af als G toeneemt.

Dus E is afnemend stijgend.

43 H is maximaal als $\frac{dH}{dp} = 0$, dus los op $-\ln(p) + \ln(1-p) = 0$
 $\ln(1-p) = \ln(p)$
 $1-p = p$
 $-2p = -1$
 $p = \frac{1}{2}$

Dus bij 50% eiken en 50% beuken.

Bladzijde 212

- 44 a** Na 100 km is de actieradius 539 km in plaats van $625 - 100 = 525$ km.

Hij heeft dus $539 - 525 = 14$ km gewonnen.

b $A(0) = 5000 \cdot \frac{5000}{40000} = 625$

$$A(x) = 0 \text{ geeft } 5000 \cdot \frac{5000 - 7,2x}{40000 - 3x} = 0$$

$$5000 - 7,2x = 0$$

$$-7,2x = -5000$$

$$x \approx 694$$

Dus hij kan $694 - 625 = 69$ km meer rijden.

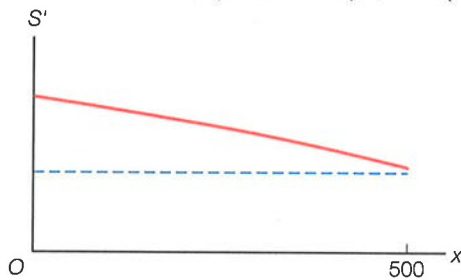
Bladzijde 213

c $S(x) = x + 5000 \cdot \frac{5000 - 7,2x}{40000 - 3x}$ geeft

$$S'(x) = 1 + 5000 \cdot \frac{(40000 - 3x) \cdot -7,2 - (5000 - 7,2x) \cdot -3}{(40000 - 3x)^2}$$

$$= 1 + 5000 \cdot \frac{-288000 + 21,6x + 15000 - 21,6x}{(40000 - 3x)^2}$$

$$= 1 + 5000 \cdot \frac{-273000}{(40000 - 3x)^2} = 1 - \frac{1,365 \cdot 10^9}{(40000 - 3x)^2}$$



De grafiek van S' ligt boven de x -as, dus S is stijgend.

Dat betekent dat de automobilist voortdurend kilometers wint als x toeneemt van 0 tot 500.

45 $A = 1,5 \cdot {}^2\log(n)$ geeft $\frac{dA}{dn} = 1,5 \cdot \frac{1}{n \cdot \ln(2)} = \frac{1,5}{\ln(2)} \cdot \frac{1}{n} \approx \frac{2,16}{n}$.

Voor $n > 0$ is $\frac{dA}{dn}$ positief, dus A is stijgend.

Als n toeneemt, dan neemt $\frac{2,16}{n}$ af, dus dan neemt $\frac{dA}{dn}$ af.

Dus A is afnemend stijgend.

Bladzijde 214

46 $D = 3,65 \cdot e^{0,533 \cdot t}$ geeft $\frac{dD}{dt} = 3,65 \cdot e^{0,533 \cdot t} \cdot 0,533 \approx 1,94545 \cdot e^{0,533 \cdot t}$.

Voor elke t is $\frac{dD}{dt}$ positief, dus D is stijgend.

$$\text{Er geldt } e^{0,533 \cdot t} = (e^{0,533})^t \approx 1,70^t$$

Als t toeneemt, dan neemt $e^{0,533 \cdot t}$ toe, dus dan neemt $\frac{dD}{dt}$ toe.

Dus D is toenemend stijgend.

47 a $B_n = 0,564 \cdot e^{1,386 \cdot n} \cdot n^{-1,5}$ geeft

$$B_n' = 0,564 \cdot e^{1,386 \cdot n} \cdot 1,386 \cdot n^{-1,5} + 0,564 \cdot e^{1,386 \cdot n} \cdot -1,5 \cdot n^{-2,5} \approx 0,782 \cdot e^{1,386 \cdot n} \cdot n^{-1,5} - 0,846 \cdot e^{1,386 \cdot n} \cdot n^{-2,5}$$

b Voer in $y_1 = 0,782 \cdot e^{1,386 \cdot x} \cdot x^{-1,5} - 0,846 \cdot e^{1,386 \cdot x} \cdot x^{-2,5}$ en maak een tabel.

$$n = 12 \text{ geeft } B_n' \approx 286147.$$

$$n = 13 \text{ geeft } B_n' \approx 1022529.$$

Dus vanaf 13 blikken.

Bladzijde 215

48 $c = \frac{3b}{3-b}$ geeft $\frac{dc}{db} = \frac{(3-b) \cdot 3 - 3b \cdot -1}{(3-b)^2} = \frac{9-3b+3b}{(3-b)^2} = \frac{9}{(3-b)^2}$.

Van $\frac{dc}{db}$ is de teller positief en ook de noemer positief, dus $\frac{dc}{db}$ is positief en

dus is c stijgend.

Dat betekent dat c afneemt als b afneemt, dus c neemt af als de straal van de kleinste zeepbel kleiner wordt.

49 a De teller is constant en positief.

Als t toeneemt, dan neemt de noemer toe en dus neemt de breuk af.

Dus P_{voorjaar} wordt kleiner en dus neemt het vetpercentage af.

b $P_{\text{najaar}} = \frac{2300 + 60t}{207 + 0,6t}$ geeft

$$\frac{dP_{\text{najaar}}}{dt} = \frac{(207 + 0,6t) \cdot 60 - (2300 + 60t) \cdot 0,6}{(207 + 0,6t)^2} = \frac{12420 + 36t - 1380 - 36t}{(207 + 0,6t)^2} = \frac{11040}{(207 + 0,6t)^2}$$

De teller is positief en de noemer is positief, dus $\frac{dP_{\text{najaar}}}{dt}$ is positief en dus is P_{najaar} stijgend.

Als t toeneemt, dan blijft 11 040 gelijk en neemt $(207 + 0,6t)^2$ toe, dus neemt $\frac{dP_{\text{najaar}}}{dt}$ af.

Dus P_{najaar} is afnemend stijgend.

Bladzijde 216

50 $A = 12 \cdot e^{0,013t}$ geeft $\frac{dA}{dt} = 12 \cdot e^{0,013t} \cdot 0,013 \approx 0,156 \cdot e^{0,013t}$.

$t = 117$ geeft $\frac{dA}{dt} = 0,156 \cdot e^{0,013 \cdot 117} \approx 0,7$.

Volgens de formule neemt in januari 2004 het aantal aardbevingen met magnitude $\geq 1,5$ per maand met 0,7 toe.

Bladzijde 217

51 a Als w heel groot wordt, dan nadert $0,9704^w$ tot 0.

Dus dan wordt $76,4 - 19,4 \cdot 0,9704^w \approx 76,4 - 19,4 \cdot 0 = 76,4$.

Dus de grenswaarde is 76,4 cm.

Los op $76,4 - 19,4 \cdot 0,9704^w = 66,4$ oftewel $19,4 \cdot 0,9704^w = 10$.

Voer in $y_1 = 19,4 \cdot 0,9704^x$ en $y_2 = 10$.

De optie snijpunt geeft $x = 22,0\dots$, dus na 22 weken.

b $L_1 = 76,4 - 19,4 \cdot 0,9704^w$ geeft $L_1' = 0 - 19,4 \cdot 0,9704^w \cdot \ln(0,9704)$

$$L_1'(26) = -19,4 \cdot 0,9704^{26} \cdot \ln(0,9704) = 0,266\dots$$

De groeisnelheid is 0,27 cm/week.

c $L_3 = \frac{16,1}{1 + e^{16,4-1,2t}}$ geeft $L_3' = \frac{(1 + e^{16,4-1,2t}) \cdot 0 - 16,1 \cdot e^{16,4-1,2t} \cdot -1,2}{(1 + e^{16,4-1,2t})^2} = \frac{19,32 \cdot e^{16,4-1,2t}}{(1 + e^{16,4-1,2t})^2}$.

d Bereken het maximum van L_3' .

$$\text{Voer in } y_1 = \frac{19,32 \cdot e^{16,4-1,2x}}{(1 + e^{16,4-1,2x})^2}.$$

De optie maximum geeft $x = 13,66\dots$ en $y = 4,83$.

De extra groeisnelheid is 4,8 cm/jaar.

e $w = 52t$ invullen bij $L_1 = 76,4 - 19,4 \cdot 0,9704^w$ geeft

$$L_1 = 76,4 - 19,4 \cdot 0,9704^{52t} = 76,4 - 19,4 \cdot (0,9704^{52})^t \approx 76,4 - 19,4 \cdot 0,2096^t$$

$$\begin{aligned} L &= L_1 + L_2 + L_3 = 76,4 - 19,4 \cdot 0,2096^t - 0,235t^2 + 9,5t - 4,7 + \frac{16,1}{1 + e^{16,4-1,2t}} \\ &= -19,4 \cdot 0,2096^t - 0,235t^2 + 9,5t - 71,7 + \frac{16,1}{1 + e^{16,4-1,2t}} \end{aligned}$$

Bladzijde 218

- 52 a** $b = 30 - 2h = 30 - 2 \cdot 3 = 24 \text{ cm}$
 $l = 20 - h = 20 - 3 = 17 \text{ cm}$
 inhoud $= b \cdot l \cdot h = 24 \cdot 17 \cdot 3 = 1224 \text{ cm}^3$
- b** $b = 30 - 2h$ en $l = 20 - h$ invullen in $V = b \cdot l \cdot h$ geeft
 $V = (30 - 2h)(20 - h) \cdot h = (600 - 70h + 2h^2) \cdot h = 2h^3 - 70h^2 + 600h$.
- c** $V = 2h^3 - 70h^2 + 600h$ geeft $\frac{dV}{dh} = 6h^2 - 140h + 600$
 $\frac{dV}{dh} = 0$ geeft $6h^2 - 140h + 600 = 0$.
 Voer in $y_1 = 6x^2 - 140x + 600$.
 De optie nulpunt geeft $x = 5,657\dots$
 De inhoud is maximaal bij een hoogte van ongeveer 5,7 cm.

15.6 Onderzoeksopgaven**Bladzijde 219**

- 53** $S_{\text{bovenste}} = a + b \sin(c(x - d))$
 $a = \text{evenwichtsstand} = 100 + 50 = 150$
 $b = \text{amplitude} = 50$ (zelfde amplitude als onderste)
 $c = \frac{\pi}{3}$ (want de periodes zijn gelijk)
 $x = \frac{1}{2}$ geeft $S_{\text{onderste}} = 100 + 50 \sin\left(\frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) = 125$
 $(\frac{1}{2}, 125)$ op S_{bovenste} geeft $150 + 50 \sin\left(\frac{\pi}{3}(\frac{1}{2} - d)\right) = 125$
 Voer in $y_1 = 150 + 50 \sin\left(\frac{\pi}{3}(\frac{1}{2} - x)\right)$ en $y_2 = 125$.
 De optie snijpunt geeft $x = 1$, dus $d = 1$.
 De formule is $S_{\text{bovenste}} = 150 + 50 \sin\left(\frac{\pi}{3}(x - 1)\right)$.

Bladzijde 221

- 54** De benzine-uitvoering
 € 1,75 per liter, dus per 100 km $6,4 \cdot 1,75 = € 11,20$.
 Dat is per km € 0,112.
 De kosten bij x km per jaar zijn $K_b = 0,112x + 4 \cdot 242$ oftewel $K_b = 0,112x + 968$.
- De dieseluitvoering
 € 1,45 per liter, dus per 100 km $4,5 \cdot 1,75 = € 6,525$.
 Dat is per km € 0,06525.
 De kosten bij x km per jaar zijn $K_d = 0,06525x + 4 \cdot 478$ oftewel $K_d = 0,06525x + 1912$.
 Los op $0,112x + 968 = 0,06525x + 1912$
 $0,04675x = 944$
 $x \approx 20193$
 Dus vanaf 20200 km per jaar.

- 55** Ga uit van $h = a + b \sin(cx)$ met x in m en h in cm.

$$a = \frac{17 + 70}{2} = 43,5$$

$$b = 70 - 43,5 = 26,5$$

$$\frac{3200}{100} = 32 \text{ latten per meter, dus de periode is } \frac{60}{32} = 1,875 \text{ m.}$$

$$c = \frac{2\pi}{1,875}$$

$$\text{Dus } h = 43,5 + 26,5 \sin\left(\frac{2\pi}{1,875}x\right).$$

$$\text{Los op } 43,5 + 26,5 \sin\left(\frac{2\pi}{1,875}x\right) = 50.$$

$$\text{Voer in } y_1 = 43,5 + 26,5 \sin\left(\frac{2\pi}{1,875}x\right) \text{ en } y_2 = 50.$$

De optie snijpunt geeft $x = 0,863...$ en $x = 1,948...$

De lengte van de plank van Floortje is $1,948... - 0,863... \approx 1,085$ meter.

Een plank met een lengte van 1 meter ligt lager dan een plank met een lengte van 1,085 meter, dus Annemarie zit lager dan Floortje.

Bladzijde 222

- 56** renner 1 800 m met gemiddelde snelheid 49 km/uur.

$$\text{Dat duurt } \frac{0,8}{49} = 0,016... \text{ uur} \approx 59 \text{ seconden.}$$

$$\text{Dus arbeid } 500 \cdot 59 = 29\,500.$$

- renner 6 200 m met gemiddelde snelheid 66 km/uur.

$$\text{Dat duurt } \frac{0,2}{66} = 0,003... \text{ uur} \approx 11 \text{ seconden.}$$

$$\text{Dus arbeid } 1500 \cdot 11 = 16\,500.$$

Dus de renner aan kop aan het eind levert minder arbeid dan de renner aan kop aan het begin van de sprint.

Bladzijde 223

- 57** Het totale vermogen is $40 \cdot 0,75 = 30$ MW, dus een nieuwe windmolen moet een vermogen van minstens $\frac{30}{10} = 3$ MW hebben.

Invullen van $g = 1,0068$ en $h = 0,9D$ in de formule $P = 2,21 \cdot 10^{-4} \cdot g^h \cdot D^2$ geeft $P = 2,21 \cdot 10^{-4} \cdot 1,0068^{0,9D} \cdot D^2$.

$$\text{Los op } 2,21 \cdot 10^{-4} \cdot 1,0068^{0,9D} \cdot D^2 = 3.$$

$$\text{Voer in } y_1 = 2,21 \cdot 10^{-4} \cdot 1,0068^{0,9x} \cdot x^2 \text{ en } y_2 = 3.$$

De optie snijpunt geeft $x = 88,854...$

$$\text{Dus } D = 88,854... \text{ m en de ashoogte is } h = 0,9 \cdot 88,854... \approx 79,97 \text{ m.}$$

$$\text{De investering is } 10 \cdot 25\,000 \cdot 79,97 \approx 20 \text{ miljoen euro.}$$